

8. Ordre de grandeur d'un quotient

Ordre de grandeur (OG) d'un nombre

a) Si le nombre est plus grand que 1

On ne garde que les chiffres avant la virgule. (la partie entière)

On garde le premier chiffre et on remplace tous les autres par des 0.

On obtient ainsi un premier nombre qui est plus petit que le nombre de départ.

On ajoute 1 au premier chiffre.

On obtient ainsi un deuxième nombre qui est plus grand que le nombre de départ.

Les deux nombres obtenus encadrent le nombre de départ. On dit que le nombre de départ est « compris entre » ces deux nombres.

On choisit comme OG du nombre de départ celui des deux qui lui est le plus proche.

Exemple 1 : 6 854,17

On ne garde que la partie entière $\rightarrow 6\ 854$

On garde le premier chiffre et on remplace tous les autres par des 0 $\rightarrow 6\ 000$

On obtient ainsi un premier nombre qui est plus petit que le nombre de départ.

On ajoute 1 au premier chiffre $\rightarrow 7\ 000$

On obtient ainsi un deuxième nombre qui est plus grand que le nombre de départ.

Le nombre de départ est « compris entre » ces deux nombres.

$$6\ 000 < 6\ 854,17 < 7\ 000$$

On choisit comme OG du nombre de départ celui des deux qui lui est le plus proche.

$$\text{OG}(6\ 854,17) = 7\ 000$$

Exemple 2 : 12 361 024

$$10\ 000\ 000 < 12\ 361\ 024 < 20\ 000\ 000 ; \text{OG}(12\ 361\ 024) = 10\ 000\ 000$$

b) Si le nombre est compris entre 0 et 1.

C'est un nombre dont l'écriture commence par : "0,"

Exemple : 0,0367

On garde le premier chiffre autre que 0, et on retire tous ceux qui le suivent.

0,03

On obtient ainsi un premier nombre qui est plus petit que le nombre de départ.

On ajoute 1 à ce premier chiffre différent de 0.

0,04

On obtient ainsi un deuxième nombre qui est plus grand que le nombre de départ.

$$0,03 < 0,0367 < 0,04$$

On choisit comme OG du nombre de départ celui des deux qui lui est le plus proche.

$$\text{OG}(0,0367) = 0,04$$

$$0,009 < 0,00973 < 0,010 \text{ donc } \text{OG}(0,00973) = 0,01$$

$$0,6 < 0,6024 < 0,7 \text{ donc } \text{OG}(0,6024) = 0,6$$

Ordre de grandeur du produit

Pour calculer l'OG d'un produit, on remplace chacun des facteurs par leur OG, puis on effectue le produit de ces OG de la manière suivante :

Pour calculer l'OG de $672,35 \times 98,026$:

OG de 672,35 : 700 OG de 98,026 : 100

OG du produit : $700 \times 100 = 7 \times 100 \times 100 = 7 \times 10\,000 = 70\,000$

Pour calculer l'OG de $62,35 \times 34\,512$:

OG de 62,35 : 60 OG de 34 512: 30 000

OG du produit : $60 \times 30\,000 = 6 \times 3 \times 10 \times 10\,000 = 18 \times 100\,000 = 1\,800\,000$

Pour calculer l'OG de $0,0235 \times 675,2$:

OG de 0,0235 : 0,02 OG de 675,2 : 700

OG du produit : $0,02 \times 700 = 2 \times 7 \times 0,01 \times 100 = 14 \times 1 = 14$

Le calcul de l'OG ne cherche pas à obtenir un résultat le plus proche du résultat exact. Il s'agit de connaître la « taille » d'un nombre, c'est-à-dire le nombre de chiffres avant la virgule ou bien la position du premier chiffre non nul après la virgule.

Le calcul de l'OG doit être fait de tête en moins de 5 secondes.

Ordre de grandeur d'un quotient

Le calcul de l'OG doit être simple et rapide (de tête). Les calculs que l'on sera amené à faire doivent donc être immédiats. On choisira donc toujours en premier l'OG du diviseur, puis on choisira pour le dividende, un OG qui permet un calcul pour lequel les tables de multiplication suffisent.

Par exemple, pour calculer l'OG de $\frac{992}{293}$, on choisira de calculer $\frac{990}{300}$ (qui donne 3,3 par une division simple) plutôt que $\frac{1\,000}{300}$ qui ne donne pas un résultat exact rapidement.

Donc, on respecte la règle du choix de l'OG pour le diviseur, et on essaye de s'adapter pour le choix de l'OG du dividende.

Pour : $\frac{3\,129}{791}$ on prendra $\frac{3\,200}{800}$; Pour $\frac{41\,734}{57}$: $\frac{42\,000}{60}$; Pour $\frac{65\,291\,306}{692}$: $\frac{70\,000\,000}{700}$

Ordre de grandeur et position de la virgule

Le calcul de l'ordre de grandeur permet dans la grande majorité des cas de connaître la position de la virgule, tant dans les produits que dans les quotients.

$672,35 \times 98,026$: OG du produit : 70 000. Le produit aura 5 chiffres avant la virgule, et le premier chiffre sera sans doute un 7 ou un 6.

$0,561 \times 0,00869$: OG du produit : 0,0054. Le premier chiffre différent de zéro sera à la troisième place après la virgule.

$\frac{0,356}{0,0024}$: OG du quotient 200. Le quotient aura 3 chiffres avant la virgule.

$\frac{0,0328}{0,463}$: OG du quotient 0,06. Le premier chiffre autre que 0 sera en deuxième place après la virgule.

Cas particuliers : quand l'OG est une puissance de 10.

Voici deux quotients $A = \frac{42,34}{4\,428,9}$ et $B = \frac{0,0781}{7,617}$

Les calculs des OG : pour A : $\frac{40}{4\,000} = 0,01$ pour B : $\frac{0,08}{8} = 0,01$

Les deux quotients ont le même ordre de grandeur, mais les résultats des divisions vont différer sur un point essentiel : la position du premier chiffre avant la virgule.

En effet, par le calcul on obtient au cent millième : $A \approx 0,00956$ et $B \approx 0,01025$

Ces deux résultats sont donc très proches de un centième mais dans un cas le premier chiffre est le troisième après la virgule, dans l'autre c'est le deuxième.

On prendra le temps de prévoir cela (**quand l'OG est une puissance de 10**) en comparant $OG \times d$ à D :

Pour A = $\frac{42,34}{4\,428,9}$: $OG \times d = 0,01 \times 4\,428,9 = 44,289$ et $D = 42,34$

$OG \times d > D$ donc $A < OG$.

Pour dire les choses simplement : Dans 42,34 il y a moins d'un centième de 4 428,9 donc le quotient est inférieur à 0,01.

Au contraire, pour B, dans 0,0781 il y a plus d'un centième de 7,617 donc B est plus grand que 0,01.

D'autres exemples

$\frac{347,93}{29\,428,9}$ OG : $\frac{300}{30\,000} = 0,01$ position de la virgule : 0,0• car $0,01 \times d < D$

$\frac{10,34}{11\,358}$ OG : $\frac{10}{10\,000} = 0,001$ pos de la virg : 0,000• car $0,001 \times d > D$

$\frac{406,307}{0,398}$ OG : $\frac{400}{0,4} = 1\,000$ pos de la virg : •000, car $1\,000 \times d < D$

Exercices

Exercice 87

Classer les quotients suivants par ordre croissant après avoir seulement montré le calcul de l'ordre de grandeur :

$$a = 10\,894 \div 534,08$$

$$b = 182,95 \div 93,53$$

$$c = 82,11 \div 0,416$$

Exercice 88

Une entreprise doit rénover son parc informatique. Il faut remplacer 387 ordinateurs. Donner un ordre de grandeur de la dépense à prévoir pour les trois options suivantes :

Option A : 494,95 € pièce

Option B : 599 € pièce

Option C : 749,50 € pièce

Exercice 89

Un conseil municipal décide d'équiper sa commune de colonnes d'éclairage. Le coût de chaque colonne est (tous frais compris) de 878,80 €.

Donner un ordre de grandeur du nombre de colonnes que l'on peut commander en disposant d'un budget de 72 680 €

Exercice 90

Donner l'OG des nombres suivants :

39,213	578,03	1 234 620	97 546,8	34,29
0,00264	0,008769	0,951	0,6357	0,000088

Exercice 91

Calculer les OG des produits suivants :

$6\,547 \times 32,59$	$361,7 \times 0,074$
$44\,318 \times 318,095$	$0,0067 \times 645,18$
$0,0287 \times 0,643$	$0,014 \times 16\,357$
942×994	$66\,854 \times 0,0124$
$284,35 \times 651\,321$	$0,00684 \times 0,793$

Exercice 92

Calculer l'OG des quotients suivants :

Le dividende est plus grand que le diviseur, et ils sont tous les deux plus grands que 1

$\frac{3\,129}{791}$	$\frac{542\,123}{84,61}$	$\frac{68\,754}{942}$
$\frac{6\,574,2}{76,24}$	$\frac{321\,045,19}{54,34}$	$\frac{678}{459}$
$\frac{547\,031,9}{426,49}$	$\frac{85\,640}{55\,841}$	$\frac{321\,085}{41,2301}$

Exercice 93

Calculer l'OG des quotients suivants :

Le dividende est plus grand que le diviseur, et ils sont tous les deux plus petits que 1

$$\begin{array}{r} 0,235 \\ 0,1087 \\ \hline 0,0106 \\ 0,00975 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 0,356 \\ 0,0024 \\ \hline 0,03419 \\ 0,000774 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 0,00684 \\ 0,0000587 \\ \hline 0,0003951 \\ 0,00000846 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 0,965 \\ 0,004762 \\ \hline 0,698 \\ 0,000831 \end{array}$$

Exercice 94

Calculer l'OG des quotients suivants :

Le dividende est plus petit que le diviseur, et ils sont tous les deux plus grands que 1

$$\begin{array}{r} 542 \\ 3\,568 \\ \hline 2\,457 \\ 68\,214\,736 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 68,014 \\ 64\,987,21 \\ \hline 12 \\ 68\,442 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 994 \\ 77\,854,34 \\ \hline 661 \\ 32\,548 \end{array}$$

Exercice 95

Calculer l'OG des quotients suivants :

Le dividende est plus petit que le diviseur, et ils sont tous les deux plus petits que 1

$$\begin{array}{r} 0,0328 \\ 0,463 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 0,000564 \\ 0,879 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 0,00121 \\ 0,674 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 0,00008951 \\ 0,00035 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 0,0003341 \\ 0,0954 \end{array}$$

9. Calcul du quotient

Supposons une somme de 3 680 euros à partager entre 27 personnes.

1. Calcul de l'ordre de grandeur

Le calcul de l'ordre de grandeur pourrait se faire en calculant le quotient $\frac{4\,000}{30}$. Mais ce calcul ne se fait pas simplement, car 40 n'est pas un multiple de 3. Par commodité, on choisira pour le dividende un ordre de grandeur qui utilise un multiple de 3. Par exemple 3 600. L'ordre de grandeur est alors : $\frac{3\,600}{30} = \frac{360}{3} = 120$.

Ce qui signifie que le quotient que l'on calcule aura pour premier chiffre le chiffre des centaines. Et donc trois chiffres avant la virgule.

2. La division sans la poser :

La somme 3 680 euros est composée de 36 billets de 100 euros et de 80 euros en 8 billets de 10 euros. $3\,680 = 36 \times 100 + 80$

On commence par le partage des 36 billets de 100.

$$36 = 1 \times 27 + 9$$

On peut distribuer un billet à chacune des 27 personnes. Il reste 9 billets (nombre insuffisant pour en donner encore un à chacun).

On a alors distribué 100 euros à chacun, et il reste les 9 billets (soit 900 euros) et les 8 billets de 10 (non utilisées). Il reste donc 980 euros.

$$3\,680 = 100 \times 27 + 980$$

Les 9 billets sont échangés contre des billets de 10 euros. La somme de 980 euros est donc composée de 98 billets de 10 euros.

On partage ces 98 billets entre les 27 personnes.

Si j'en donne 3 à chacun, il m'en reste 17. Il n'y en a plus assez pour les partager encore.

$$98 = 3 \times 27 + 17$$

On a donc distribué 3 billets (30 euros) à chacun, et il reste 17 billets (170 euros).

$$980 = 30 \times 27 + 170$$

Chacun possède maintenant 130 euros.

Les 17 billets de 10 euros sont échangés contre des pièces de 1 euro. J'en ai 170.

$$3\,680 = 130 \times 27 + 170$$

On partage ces 170 pièces entre les 27 personnes. Si j'en donne 6 à chacun, j'en aurais distribué $6 \times 27 = 162$. Il m'en reste 8. Il n'y en a plus assez pour les partager encore.

$$170 = 6 \times 27 + 8$$

Chacun possède maintenant 136 euros ; et il reste 8 euros non partagés.

$$3\,680 = 136 \times 27 + 8$$

Valeur en euros	Nombre pour chacun	Valeur pour chacun	Somme distribuée	Reste à distribuer	Part de chacun
				3 680	
100	1	100	$27 \times 100 = 2\,700$	980	100
10	3	30	$27 \times 30 = 810$	170	130
1	6	6	$27 \times 6 = 162$	8	136

3. La division posée

Poser la division, c'est choisir une présentation en tableau qui simplifie ce que l'on vient d'expliquer.

Voyons dans un premier temps à supprimer certaines explications.

	Somme à diviser (dividende)	A diviser par (diviseur)	
	3 6 8 0	27	
Centaines partagées	- 2 7 0 0	100	Partage des centaines
Reste partiel	9 8 0	30	Partages des dizaines
Dizaines partagées	- 8 1 0	6	Partage des unités
Reste partiel	1 7 0	136	total
Unités partagées	- 1 6 2		
reste	8		

4. La division posée réduite

On cherche encore à réduire ce que l'on écrit dans le tableau de présentation de la division.

a) avec les soustractions partielles

	(dividende)	(diviseur)	
Pour le calcul des centaines au quotient, on ne s'intéresse qu'aux centaines du dividende. (36)	3 6 8 0	27	
On soustrait 27.	- 2 7	136	Au quotient, on écrit les chiffres au fur et à mesure. D'abord le chiffre des centaines, puis celui des dizaines, puis celui des unités.
Au reste obtenu, on "colle" le chiffre des dizaines (8). On dit que l'on abaisse le 8. Et ainsi de suite.	9 8		
	- 8 1		
	1 7 0		
	- 1 6 2		
	8		

b) sans les soustractions partielles

On arrive maintenant à une présentation minimale, où la plupart des calculs sont faits de tête. Le tableau servant à conserver les résultats partiels.

Les chiffres du quotient s'obtiennent en estimant les ordres de grandeur	3 6 8 0	27	
Les soustractions sont faites de tête.	9 8	136	
La séparation entre le diviseur et les autres nombres peut se réduire au minimum.	1 7 0	8	

5. La division poussée aux décimales

Dans le partage des 3 680 euros en 27 personnes, nous avons obtenu des parts de 136 euros par personne, et un reste de 8 euros.

Il est possible de partager ces 8 euros en 27. Pour cela, il suffit de transformer (convertir, échanger) les 8 pièces de 1 euro en 80 pièces de 10 centimes.

C'est à dire que l'on transforme les 8 unités en 80 dixièmes d'euro. Ce qui fait 10 fois plus de pièces, mais qui ont, chacune, dix fois moins de valeur qu'une pièce de 1 euro.

Dans 80, il y a 27 fois 2 pièces (soit 54 pièces) et il en reste 26.

C'est à dire que chacun récupère $2 \times 0,10 = 0,20$ euro. Et il reste $26 \times 0,1 = 2,60$ euros.

On peut alors écrire : $3\,680 = 27 \times 136,20 + 2,60$

On peut échanger les 26 pièces de 10 centimes contre 260 pièces de 1 centime (des **centièmes** d'euro).

Dans 260, il y a 27 fois 9 pièces (soit 243 pièces) et il en reste 17.

On peut alors écrire : $3\,680 = 27 \times 136,29 + 0,17$

$$\begin{array}{r}
 3\,680,00 \quad | \quad 27 \\
 \underline{98} \\
 170 \\
 \underline{153} \\
 170 \\
 \underline{153} \\
 170 \\
 \underline{153} \\
 17
 \end{array}$$

6. La division des nombres à virgule

Quand on a calculé l'ordre de grandeur du quotient, on connaît la position de la virgule au quotient. On effectue alors le calcul sans s'occuper des éventuelles virgules des nombres utilisés.

Par exemple : pour calculer le quotient : $\frac{357,84}{6,72}$.

On calcule l'OG : $\frac{350}{7} = 50$.

On sait que le quotient a deux chiffres avant la virgule.

On prépare la place du quotient de la manière suivante :

$$\begin{array}{r}
 3\,57,84 \quad | \quad 6,72 \\
 \bullet \bullet ,
 \end{array}$$

On effectue alors le calcul du quotient de 35 784 par 672 sans utiliser ni rayer les virgules, afin de garder la lisibilité du reste.

Exercices

Exercice 96

Calculer les quotients exacts suivants :

$$a = 8,019 \div 0,45$$

$$b = 110,238 \div 9,67$$

$$c = 42\,048 \div 1\,825$$

$$d = 361,86 \div 32,6$$

$$e = 1\,812,486 \div 9,88$$

Exercice 97

Traduire chaque question par une division avant d'en donner la réponse.

a) Combien de dixièmes dans 5 unités et 3 dixièmes ?

b) Combien d'unités simples dans 2 760 dixièmes

c) Combien de millièmes dans 47 centièmes ?

Exercice 98

Poser les divisions pour savoir si le quotient est, ou n'est pas, un nombre décimal.

$$a = 70\,288 \div 23$$

$$b = 483 \div 37$$

$$c = 24\,921 \div 468$$

Exercice 99

Le nombre que l'on désigne par la lettre n est un nombre à virgule à écriture périodique.

Sa période est un groupe de sept chiffres : 1704586.

Le début de l'écriture du nombre n est : 21,17045861704586 ...

a) Quel est le trente-sixième chiffre après la virgule ? Expliquer

b) Quel sera le trois cent cinquième chiffre après la virgule ? Expliquer

Exercice 100

Les divisions suivantes donnent un quotient décimal. Poser ces divisions jusqu'à obtenir le quotient exact.

$$a) 1\,649 \div 544$$

$$b) 194,123 \div 3,23$$

Exercice 101

Au magasin de reprographie, le prix de la photocopie couleur est de 0,37 € l'unité.

Calculer le nombre de photocopies que l'on peut faire sans dépasser la somme totale de 100 €. Combien reste-t-il d'argent inutilisé ?

Exercice 102

Donner un encadrement à la dizaine du quotient : $83\,749,04 \div 418,7$

Donner un encadrement à l'unité du quotient : $5,209 \div 0,24$

Donner un encadrement au dixième du quotient : $803,2 \div 8,7$